

*Колганов Роман Анатольевич,
Поромов Сергей Сергеевич,
Ульянцев Владимир Игоревич,
Царёв Фёдор Николаевич*

ЗАДАЧА «ОБОБЩЕННЫЕ ЧИСЛА-БЛИЗНЕЦЫ»

Этой статьей мы продолжаем цикл публикаций олимпиадных задач для школьников по информатике и программированию с разборами. Решение таких задач и изучение разборов поможет Вам лучше подготовиться к олимпиадам по информатике.

В этой статье рассматривается задача «Обобщенные числа-близнецы», которая предлагалась в четвертой Интернет-олимпиаде сезона 2009–2010 (олимпиада состоялась 31 октября 2009 года). Интернет-олимпиады по информатике проводятся Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики в двух номинациях – базовой и усложненной. Базовая

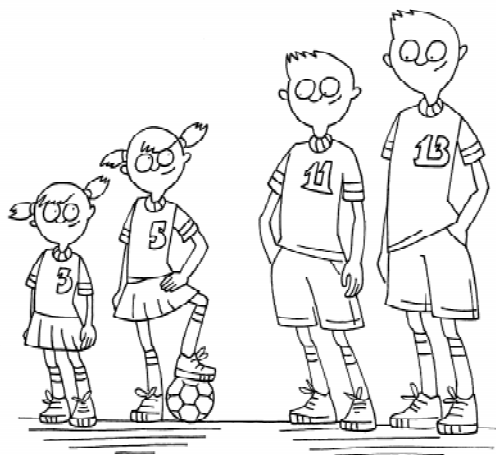
номинация рассчитана на начинающих участников олимпиад, поэтому в ней предлагаются более простые задачи, а в усложненной номинации предлагаются задачи уровня городских и всероссийских командных олимпиад по программированию. Сайт этих олимпиад находится по адресу <http://neerc.ifmo.ru/school/io/>.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

В теории чисел *простыми числами-близнецами* называют пару таких простых чисел (p, q) , что $q - p = 2$. Например, пары $(3, 5)$ и $(11, 13)$ являются парами простых чисел-близнецов. Назовем *обобщенными числами-близнецами* пару простых чисел (p, q) , где $q - p = k$, k – некоторое натуральное число. Например, для $k = 4$ пара $(3, 7)$ является парой обобщенных чисел-близнецов.

Существует предположение, что пар простых чисел-близнецов бесконечно много, однако это не доказано. Безусловно, выяснить по заданному k , сколько пар обобщенных близнецов содержит множество всех натуральных чисел, не менее сложная задача, чем аналогичная задача об «обычных» близнецах.

Ваша же задача несколько проще – выяснить по заданному k , сколько пар



обобщенных близнецов содержит множество натуральных чисел от 1 до n .

Формат входного файла

В первой строке входного файла через пробел заданы два натуральных числа n и k ($1 \leq n, k \leq 10^4$).

Формат выходного файла

В выходной файл выведите число пар простых чисел (p, q) , таких, что $1 \leq p < q \leq n$ и $q - p = k$.

Примеры входных и выходных данных

twins.in	twins.out
17 2	3
10000 1	1
20 7	0

РАЗБОР ЗАДАЧИ

Для начала, заметим, что всего возможных пар натуральных чисел, не превышающих n и различающихся на k ровно $n - k$.

Так как ограничения на n и k сравнительно не велики, то решение будет основано на переборе и проверке всех таких пар. Напомним, что число m является простым, если оно делится нацело только на себя и на 1.

Легко заметить, что если число m не является простым (такие числа называются составными), то оно делится на некоторое k , большее 1, но меньшее, либо равное квадратному корню из m . Потому, для проверки числа на простоту достаточно написать следующую функцию (листинг 1).

Эта функция работает за время $O(\sqrt{m})$. Поэтому, если с ее использованием проверить на простоту все $n - k$ пар чисел-кандидатов, то суммарное время работы будет $O(n\sqrt{n})$. Такое решение укладывается в заданные ограничения по времени.

Основной код программы будет выглядеть следующим образом (листинг 2).

В заключение отметим, что, используя решето Эратосфена [1] для проверки чи-

Листинг 1. Функция проверки числа на простоту (язык программирования Pascal)

```
function isPrime(m : integer) : boolean;
var
  i : integer;
begin
  i := 2;
  while (i * i <= m) do begin
    if (m mod i = 0) then begin
      isPrime := false;
      exit;
    end;
  end;
  isPrime := true;
end;
```

Листинг 2. Основной код программы (язык программирования Pascal)

```
read(n, k);
ans := 0;
for i := 2 to n - k do begin
  if (isPrime(i)) and (isPrime(i + k)) then begin
    ans := ans + 1;
  end;
end;
writeln(ans);
```

сел на простоту, время работы алгоритма можно улучшить до $O(n \log \log n)$. Детальная разработка и реализация этого под-

хода остается читателю в качестве упражнения.

Источники

1. Статья «Решето Эратосфена» в Википедии.
http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D1%88%D0%B5%D1%82%D0%BE_%D0%AD%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D0%BD%D0%B0

Члены жюри Интернет-олимпиад по информатике базового уровня:

Колганов Роман Александрович, студент третьего курса кафедры «Компьютерные технологии» (КТ) СПбГУ ИТМО, преподаватель спецкурса «Олимпиадное программирование» в гимназии № 261,

Поромов Сергей Сергеевич, студент четвертого курса кафедры КТ СПбГУ ИТМО, финалист чемпионата мира по программированию среди студентов 2010 года,

Ульянцев Владимир Игоревич – студент четвертого курса кафедры КТ СПбГУ ИТМО,

Царёв Фёдор Николаевич, аспирант кафедры КТ СПбГУ ИТМО, чемпион мира по программированию среди студентов 2008 года.



Наши авторы, 2010.
Our authors, 2010.