

*Ведерников Николай Викторович,
Кротков Павел Андреевич,
Ульянцев Владимир Игоревич*

ЗАДАЧА «ЕГЭ»

Этой статьей мы продолжаем цикл публикаций олимпиадных задач для школьников по информатике. Решение таких задач и изучение разборов поможет Вам повысить уровень практических навыков программирования и подготовиться к олимпиадам по информатике.

В этой статье рассматривается задача «ЕГЭ», которая предлагалась на восьмой индивидуальной олимпиаде цикла интернет-олимпиад для школьников сезона 2011–2012. Материалы интернет-олимпиад можно найти на сайте <http://neerc.ifmo.ru/school/io/>.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Школьник Игорь с детства любил компьютер. Он любил на нем играть, смотреть фильмы и делать много других приятных вещей. Иногда он даже программировал на нем, так как у него была мечта поступить в университет и стать программистом. Но Игорь был не очень усердным учеником, поэтому день сдачи единого государственного экзамена (ЕГЭ) по информатике наступил для него совершенно неожиданно. А ведь без хорошего балла за ЕГЭ его мечта так и останется мечтой.

На пробном ЕГЭ ему попалось задание, решения которого Игорь не знал. Задание требовало выписать семь подряд идущих

символов k -ой строки S_k , начиная с ее i -го символа. Данные строки строились по следующим правилам:

$$\begin{aligned} S_0 &= 0; \\ S_1 &= 01; \\ S_2 &= 0110; \\ S_3 &= 01101001; \\ &\dots \end{aligned}$$

$$S_j = S_{j-1} + \text{inv}(S_{j-1}),$$

где $\text{inv}(S)$ обозначает строку S , в которой все нули заменены на единицы и наоборот.

Игорь просит Вас помочь решить эту задачу, написав программу для ее решения.

Формат входного файла

Во входном файле содержатся два целых числа – k и i ($3 \leq k \leq 63$, $1 \leq i \leq 2^k - 7$).



Формат выходного файла

В выходной файл требуется вывести семь подряд идущих символов k -ой строки, начиная с i -го символа. Нумерация символов в строке начинается с единицы.

Примеры входных и выходных данных

ege.in	ege.out
3 2	1101001
4 6	0011001

Листинг 1. Исходный код решения задачи

```

const
  MAXK = 63;
var
  i, k: longint;
  n: int64;
  len: array [1..MAXK] of int64; // len[i] - длина  $i$ -ой строчки
  ans: string;

// Функция solve находит  $i$ -й символ в  $k$ -й строке
function solve(k: longint; i: int64): char;
var
  inv: boolean;
begin
  inv := false; // inv - инвертируем символ или нет
  while (k > 0) do begin
    // Сведение задачи к меньшей размерности
    if (i > len[k]) then begin
      i := i - len[k];
      inv := not inv;
    end;
    k := k - 1;
  end;
  if (inv) then
    solve := '1'
  else
    solve := '0';
end;

begin
  assign(input, 'ege.in');
  reset(input);
  assign(output, 'ege.out');
  rewrite(output)

  read(k, n);
  len[1] := 1;
  for i := 2 to k do
    len[i] := 2 * len[i - 1];
  for i := 0 to 6 do
    ans := ans + solve(k, n + i);
  writeln(ans);
end.

```

РАЗБОР ЗАДАЧИ

Заметим, что, так как длина каждой строки в два раза больше длины предыдущей, длина k -ой строки равна 2^k . При данных в задаче ограничениях длина строки $|S_k| = 9\ 223\ 372\ 036\ 854\ 775\ 808$ при $k = 63$, поэтому решение задачи, основанное на непосредственном построении соответствующей строки, не будет удовлетворять ограничениям на время работы и затраты памяти программы.

Верное решение задачи основано на последовательном сведении задачи к задаче меньшей размерности. Решим задачу нахождения i -го символа в k -ой строке. Из условия задачи следует, что если $k = 0$, а $i = 1$, то этот символ – «0».

Теперь рассмотрим случай $k > 1$. Заметим, что если $i < |S_{k-1}|$, то искомый символ

содержится в строке S_{k-1} , и нам достаточно найти i -й символ в строке S_{k-1} . В противном случае искомый символ содержится в строке $\text{inv}(S_{k-1})$, и нам требуется найти в ней символ с номером $(i - |S_{k-1}|)$, для чего найдем данный символ в строке S_{k-1} и заменим его на противоположный. Необходимость замены символа будем хранить в переменной inv .

Таким образом, мы всякий раз сводим задачу к меньшей размерности, уменьшая k на единицу. Из этого следует, что время обработки каждой цифры составляет $O(k)$. Вычислив последовательно семь цифр искомой строки, получим требуемую в условии строку.

В листинге 1 приведена программная реализация решения задачи на языке программирования *Pascal*.

Ведерников Николай Викторович,
студент третьего курса кафедры
«Компьютерные технологии»
НИУ ИТМО, член жюри Интернет-
олимпиад по информатике

Кротков Павел Андреевич,
студент третьего курса кафедры
«Компьютерные технологии»
НИУ ИТМО, член жюри Интернет-
олимпиад по информатике,

Ульянцев Владимир Игоревич,
студент шестого курса кафедры
«Компьютерные технологии»
НИУ ИТМО, член жюри Интернет-
олимпиад по информатике.



Наши авторы, 2012.

Our authors, 2012.